

僵尸企业、信贷错配与宏观系统风险

——一个内生波动的理论视角^{*}

作者信息

许志伟：上海交通大学安泰经济与管理学院；
通讯地址：上海市华山路 1954 号上海交通大学安泰经济与管理学院 B1004 室；
邮编：200030；
联系电话：021-52301587；
Email：xuzhiwei@sjtu.edu.cn。

董丰：上海交通大学安泰经济与管理学院；
通讯地址：上海市华山路 1954 号上海交通大学安泰经济与管理学院 B1012 室；
邮编：200030；
联系电话：021-52301590；
Email：fengdong@sjtu.edu.cn。

^{*}本文由国家自然科学基金青年项目（批准号：71403166）资助。作者感谢《经济研究》第 18 届青年学者论坛与会者的宝贵意见。作者感谢上海国际金融与经济研究院的资助。文责自负。

僵尸企业、信贷错配与宏观系统风险

——一个内生波动的理论视角

摘要：僵尸企业会导致严重的资源错配，因而被广泛关注。与现有文献不同，本文试图从理论角度研究僵尸企业对金融市场和宏观经济的影响及其传导机制。具体而言，本文构建了一个具有银行间市场以及多部门生产结构的一般均衡模型。理论分析表明，由于道德风险的存在，对僵尸企业的政策性扶持会导致银行部门将信贷资源更多地配置于低效率部门，从而恶化高效率部门内部以及高效率与低效率部门间的信贷错配。对僵尸企业的过度政策补贴会引起银行间市场流动性紧缺并使得宏观经济出现高效率滑向低效率均衡，最终导致结构性衰退。动态分析表明，对僵尸企业的政策性补贴会改变稳态均衡的性质，导致宏观经济出现内生波动。由此可见，僵尸企业在造成资源错配的同时，会威胁金融及宏观系统稳定性。本文最后从理论角度讨论了如何通过提升生产率的产业政策对潜在风险进行应对。

关键词：僵尸企业 信贷错配 系统性风险 政策应对

Zombie Firms, Credit Misallocation and Systemic Risks

Abstract: Zombie firms may largely distort the efficiency of resource allocation. This paper builds up a theoretical framework to study the consequences and underlying mechanism of zombie firms on the financial market and the aggregate economy. In particular, we construct a dynamic general equilibrium model with an inter-bank market and multiple production sectors. Due to the presence of moral hazard, the government policy that favors zombies firms may lead the commercial banks to allocate more credit to the low efficient sector, exacerbating both the cross-sector and within-sector misallocations. Our theoretical analysis further shows that an intensive subsidy to zombie firms may cause an acute liquidity shortage in the inter-bank market. As a result, the aggregate economy may switch from an efficient equilibrium to a crisis one, ending in a long-lasting recession. Our dynamic analysis suggests that the intensive subsidy to zombie firms may endogenously generate economic fluctuation due to the regime switch between different equilibria. Finally, the policy analysis shows that the industrial policy that aims to improve the firm level productivity can effectively avoid the systemic risks caused by zombie firms.

Keywords: Zombie firms, Credit misallocation, Systemic risk, Policy responses

一、引言

僵尸企业是那些亏损（甚至资不抵债）但通过政府或金融机构补贴而得以维持经营的企业（Tan 等，2016；黄少卿和陈彦，2017）。我国经济中的结构性问题是产生僵尸企业的主要原因，而后的低效率以及相应的政策倾斜又引致了严重的资源错配，从而对整个宏观经济产生负面影响。尽管僵尸企业的数量占比呈现下降趋势，但其整体资产规模仍十分庞大（李旭超和申广军，2017），因而对资本市场的资源配置仍具有显著影响。微观实证分析表明，僵尸企业对私有企业具有明显的挤出效应，从而可能是造成近年来民间投资下滑的重要原因之一（谭语嫣等，2017）。僵尸企业不仅弱化了金融部门对实体经济的支持作用，同时也会威胁金融系统乃至整个宏观经济的稳定性，因此如何理解僵尸企业对宏观经济影响背后的传导机制，是制定政策应对的必要前提，也是当前宏观研究的重要课题之一。

目前已有较丰富的文献从微观实证的角度对僵尸企业的识别及其对实体经济的影响进行了研究。然而，对僵尸企业宏观效应的传导机制仍缺乏充分的理论分析。本文试图构建一个理论框架来探讨僵尸企业对信贷配置的影响，以及这类企业对金融系统和宏观经济构成的潜在风险。在该理论框架下，本文将基于以提升企业生产效率为目的产业政策角度给出初步的政策分析。

为了能够清晰而直观的阐述机制，本文首先构造了一个静态一般均衡模型。该模型考虑了作为金融中介的银行部门，以及正常企业与僵尸企业两部门生产结构。根据Tan等（2016）的实证研究，我们假设僵尸企业的生产技术较之正常企业更依赖于资本（即更为资本密集）。¹两类企业的生产性资本均需通过银行部门获得融资。对于正常企业部门，我们假设该部门的企业具有异质性生产率，因而能够刻画资本在不同生产率企业之间的错配问题。对于僵尸企业部门，我们假设该部门为代表性企业，且生产率远低于正常企业部门的平均生产率。对于金融中介部门，我们假设每个银行有三种投资选择：为一家正常企业或者僵尸企业提供贷款，以及为银行间市场上的其他银行提供贷款。如果银行为企业融资，我们根据Gertler and Karadi（2011）假设其回报率（即企业贷款利率）为企业资本回报率。²对于向企业提供贷款的银行，它的可用资本除了自有资金以外，同时可以通过银行间市场向其他银行以市场利率（银行贷款利率）融资。由于正常企业的生产效率具有异质性，每个银行对正常企业投资具有不同的回报率。当银行间市场运行良好时，³具有高回报投资机会的银行（即该银行面对的正常企业具有高的生产率）会选择为该正常企业而非僵尸企业进行融资，且除了投入自有资本金外，该银行也会有动力在银行间市场为该企业融资。个体银行也可以选择向僵尸企业提供贷款。为刻画僵尸企业获得的政策性扶持，我们假设政府会对企业贷款利息以及银行间市场融资成本进行补贴。由于政府补贴的存在，那些具有较低投资回报率（即银行面临的正常企业生产率较低）的银行会倾向于为低效率僵尸企业提供贷款，并为该企业从银行间市场融资。由于银行间市场上的贷方（lender）并不能识别借方（borrower）银行的投资回报率（或该银行面临的企业生产率），为避免借方银行转向低效率僵尸企业提供贷款这样的道德风险问题，贷方银行会为所有借方银行（无论效率高低）设定内生的借贷约束。⁴因此，僵尸企业以及信息不对称导致了银行间市场的金融摩擦，即那些具有高效率的企业无法通过个体银行有效地从银行间市场融资，从而造成信贷资源在正常企业间的错配。我们的理论证明，当政策性补贴处于较低水平时（低于一定的阈值），具有低效率投资机会（即面对的正常企业生产率偏低）的个体银行仅会向银行间市场上的其他银行提供贷款。但是，随着政策性补贴增大，银行间市场金融摩擦也会随之变大，企业间信贷错配问题将变得更严重。然而，如果对僵尸企业的政策性补贴足够强而超过一定的阈值，为僵尸企业融资的投资选择将严格优于为银行间市场的其他银行提供贷款的投资选择，因此造成银行间市场流动性的急剧下降。这种银行间市场上的流动性严重紧缺会使得经济均衡会从“高效率”滑向“低效率”，⁵且僵尸企业由于获得银行的流动性支持而得以大量存在。因此，在该低效率

¹假设僵尸企业更资本密集型对于本文分析结果具有重要意义，见后文分析。当然，与Tan等（2016）的实证分析不同，申广军（2016）发现部分劳动密集型产业同样有较高僵尸企业比例，这主要是因为地方政府的稳定就业为导向的政策。由于本文主要考察信贷市场错配问题，我们的模型并未考虑由就业政策引致的僵尸企业机制。

²因此，银行向企业提供贷款的行为等价于投资这一企业。

³银行间市场运行良好的数学定义是，存在一个均衡的银行间市场利率使得信贷供需平衡。具体见下文讨论。

⁴该借贷约束本质上为激励相容约束，具体见下文讨论。

⁵需要注意的是，我们这里的“高效率”指的是在具有金融摩擦下的次优均衡（second best），因而“高效率”

均衡下，除了正常企业之间的部门内（within-sector）信贷错配外，同时会产生正常企业与僵尸企业的部门间（between-sector）信贷错配问题。由于僵尸企业对实体经济的挤出效应，整个经济的总产出呈现结构性下降。

为了刻画僵尸企业对宏观波动的影响，我们进一步在静态模型中引入内生资本积累的动态结构。动态分析表明，对僵尸企业的政策性补贴处于低位时，增加补贴力度会增强金融市场摩擦，从而恶化信贷资源在正常企业间的错配问题，导致实体经济下滑。然而，当政策性补贴达到一定程度时，整个宏观经济由于僵尸企业的扩张而出现结构性下滑，这点与静态模型的结论一致。更为重要的是，政策性补贴造成的僵尸企业部门扩张会严重削弱宏观经济的稳定性。具体表现为，在没有其他外生扰动的情況下，整个金融市场与宏观经济出现振荡（oscillation）动态的内生波动。由此可见，僵尸企业在造成部门内与部门间信贷错配的同时，还会潜在地威胁金融系统与宏观经济的稳定性。

上述僵尸企业的负面影响，其背后的核心机制是政策性补贴会造成商业银行有动力向僵尸企业提供贷款的道德风险问题。这会进一步造成金融市场摩擦，乃至流动性出现大幅下滑的结构性短缺。因此，在给当前结构性问题（即政策性补贴无法消除）的情况下，提升正常企业的平均生产效率能够很大程度上降低银行间市场的道德风险严重性。本文最后的政策模拟显示，当企业平均生产效率的提升后，尽管僵尸企业在短期内仍会造成经济下滑，但是总产出会很快复苏，并在长期收敛至一个较高水平（与无政策应对相比）。这表明，旨在促进非僵尸企业生产效率的积极产业政策能够有效防范宏观经济出现系统性波动，从而有效降低由僵尸企业导致的宏观风险。

在正式讨论模型之前，我们对僵尸企业的相关文献做简要回顾，并阐明本文的相对贡献。目前国内关于僵尸企业的文献主要集中在实证研究，大致可以归为研究僵尸企业成因和分布以及僵尸企业对实体经济影响两大类。黄少卿和陈彦（2015）基于工业企业和上市公司数据识别了僵尸企业的地区、所有制维度的分布特征。该文发现政府补贴以及破产成本过高是造成僵尸企业存在的主要原因。申广军（2016）利用工业企业数据识别了僵尸企业的行业分布特征，并基于新结构经济学的视角从要素禀赋比较优势和技术比较优势两方面对僵尸企业成因给出了深入解释。张栋等（2016）基于中国钢铁产业上市公司数据构建了符合中国现实的僵尸企业认定标准。该文发现政府干预下的银行信贷、政府直接补助以及政策优惠是僵尸企业形成的主要原因。Tan 等（2016）同样基于工业企业数据，发现国有银行或者企业的集中度越高的地区越容易形成僵尸企业。钟宁桦等（2016）基于对工业企业负债率的分析，发现僵尸企业较易在信贷市场获得资金，且该现象在 2008 年后变得更为显著。以上研究表明，政府的政策性扶持以及银行在信贷市场上的支持是僵尸企业形成的关键因素。关于僵尸企业对实体经济的影响，谭语嫣等（2017）等发现僵尸企业对私有企业的挤出效应非常明显，而对国有企业并不显著，且对私有企业投资的挤出效应在政府干预强的地区以及外部融资依赖度高的行业更为明显，因此僵尸企业是造成民间投资疲软的主要原因。李旭超和申广军（2017）系统地研究了僵尸企业对整个经济 TFP 的动态影响。僵尸企业资产每提高 1 个百分点，省份和行业层面的加总 TFP 会降低 0.162 个百分点。此外，僵尸企业会从纯技术进步效应和资源再配置效应两个方面对 TFP 增长产生显著的负面影响。Shen 和 Chen（2017）探讨了僵尸企业与产能过剩之间的关系。他们发现两者呈现类似的分布特征，僵尸企业会恶化产能过剩现象并对正常企业产生挤出作用。Guo 等（2018）同样发现货币政策会使得僵尸企业部门扩张，并对其他正常企业具有挤出效应。在成熟市场经济（尤其日本），僵尸企业同样受到广泛关注。Hoshi（2006）基于日本企业数据识别了僵尸企业的地域和产业特征，并将该类企业与其他正常企业进行了全面比较。他们发现规模较大以及位于非大城市的企业更容易成为僵尸企业，且僵尸企业和正常企业的退出概率并没有显著差异。Ahearne 和 Shinada（2005）同样基于日本微观企业数据，讨论了僵尸企业对日本经济复苏的影响。他们发现日本银行对僵尸企业的信贷支持使得其他高效率企业无法从市场上有效地获得信贷资源，从而降低了整个经济的生产效率，阻碍了日本经济的复苏。Caballero 等（2008）基于日本企业数据，研究了大型银行对僵尸企业的信贷支持如何通过影响市场竞争机制对其他正常企业产生负面作用。他们发现僵尸企业比重大的行业，僵尸企业对就业和生产率的负面影响更大。僵尸企业比重的增加会抑制其他正常企业的投资，并放大两类企业之间的生产率差异。Fukuda 和 Nakamura（2011）基于日本上市公司数据，研究了日本经济中僵尸企业成功复苏背后的推动力。他们研究表明降低僵尸企业员工人数以及出售企业固定

是相对于银行间市场无法有效运行的“低效率”而言。

资产有助于僵尸企业复苏，且财务透明度、经理人激励机制以及宏观外部环境均是僵尸企业重建过程的重要因素。Andrews 和 Petroulakis (2017) 研究了 11 个欧洲国家的僵尸企业与银行运行状态以及加总生产率之间的相关性。他们发现僵尸企业更有可能与较弱的银行相关联，因而会对银行本身产生负面影响。此外，僵尸企业比重的上升会进一步挤出信贷市场资源，并影响高效率企业的成长，最终降低整个经济的生产率增长。以上文献分析表明，目前对僵尸企业的研究仅基于实证分析而并未构建正式的经济理论，尽管很多文章研究了僵尸企业对资源配置的影响，但并未从宏观层面讨论僵尸企业如何影响经济周期、金融系统与实体经济稳定性。而此类分析无疑需要基于一般均衡的宏观理论框架，本文试图在这一方向做出尝试。具体而言，本文对现有文献的边际贡献主要有如下几点。首先，与现有文献不同，本文构建了一个能够刻画僵尸企业特征，且包括有银行系统以及多部门生产结构的一般均衡理论框架，从理论上严格证明了政策性扶持和银行信贷支持如何影响僵尸企业的形成。其次，我们从理论角度分析僵尸企业如何通过金融市场对信贷资源的配置产生影响，从而为理解现有实证分析的结果提供了理论支持。第三，我们将僵尸企业引入动态一般均衡的分析框架，并从内生经济波动的角度研究了僵尸企业影响金融系统和宏观经济稳定性背后的传导机制，从而为今后定量研究僵尸企业的宏观效应提供了一个很好的平台。

本文随后的结构安排如下。第二部分将在一个静态模型中重点阐述僵尸企业与银行信贷行为。第三部分将对不同程度政策补贴产生的多种均衡进行详细刻画。第四部分通过引入动态资本积累过程，将静态模型扩展至动态环境，进一步探讨政策补贴引致的僵尸企业如何影响宏观经济稳定，及其政策应对。最后部分总结全文。

二、理论模型

我们首先考虑一个静态的一般均衡模型，并从理论上证明僵尸企业对于信贷错配以及宏观均衡的影响。整个经济包含银行部门和生产部门。为分析方便，我们暂不考虑家庭部门。银行部门含有测度为 1 的商业银行，每个银行拥有 K 单位的初始资本。⁶我们假设，商业银行最多可以将 $\xi \in [0,1]$ 比例的资本作为贷款通过银行间市场提供给其他银行或者生产企业。这里的 ξ 可以理解为央行的信贷政策强度。 ξ 增大表明信贷扩张，即商业银行可提供的信贷量越大。

2.1 生产部门：正常企业

生产部门含有正常企业和僵尸企业两大类，前者具有（平均意义上）较高的生产率，而后者则生产率较低。为方便讨论，我们将正常企业和僵尸企业分别用下标 h 和 l 表示，即两类企业可以简单地理解为分属不同的产业或部门。

对于正常企业，我们假设该类企业从劳动力市场以工资水平 W 雇佣劳动 l_h ，并从银行部门融资生产性资本 k_h 来生产 y_h ，对于具体的企业-银行借贷行为，我们将在下文给出。根据 Gertler 和 Karadi (2011)，我们假设银行的贷款利率等于企业的边际资本回报率。进一步，我们设置正常企业的生产函数具有 Cobb-Douglas 形式： $y_h = A_h (z k_h)^\alpha n_h^{1-\alpha}$ 。参数 α 为资本份额； A_h 为部门层面的生产率，对所有正常企业均相同； z 为独立同分布的个体异质生产率（idiosyncratic productivity），其在 $[z_{\min}, z_{\max}]$ 上具有累积分布函数 $F(z)$ ，并满足 $E(z) = 1$ 。考虑企业生产率异质性的主要目的在于，我们可以讨论由于市场摩擦而导致的部门内（within-sector）信贷错配问题，即信贷资源在同部门不同生产率企业之间的错配。随后的理论分析证明，部门内资源错配对于理解僵尸企业的宏观效应具有重要作用。

给定工资水平 W ，对于一个具有个体异质生产率 z 的企业，其最优劳动需求可以从最优问题 $\Pi_h(z) = \max_{n_h} \{A_h (z k_h)^\alpha n_h^{1-\alpha} - W n_h\}$ 中求得。该问题的最优条件表明，企业的劳动需求函数

为资本的线性函数： $n_h(z) = \left[\frac{(1-\alpha)A_h}{W} \right]^{\frac{1}{\alpha}} z k_h$ 。进一步将劳动需求代入上述最优问题，我们可

⁶初始资本可以看成是家庭部门的存款，并支付一个固定的存款利率（标准化为 1）。

以将企业的资本收入表示成 $\Pi_h(z) = \pi_h z k_h$, 其中平均资本回报率满足 $\pi_h = \alpha A_h^\alpha \left(\frac{1-\alpha}{W} \right)^\alpha$ 。由于银行对企业贷款利率等于企业边际资本回报率, 如果银行投资一个具有个体生产率 z 的企业, 即提供贷款为该企业融生产资本, 则该银行从企业获得的贷款回报率为 $\pi_h z$ 。

2.2 生产部门：僵尸企业

对于部门 l 中的企业（即僵尸企业），我们假设该类企业具有同质的生产效率 A_l ，并且只用资本进行生产。⁷为简化讨论，我们设定僵尸企业具有线性生产函数： $y_l = A_l k_l$ ，且生产率 A_l 远低于正常企业的 A_h ，具体地，我们有如下假设。

假设 1. 僵尸企业生产率 A_l 满足 $A_l < \alpha A_h z_{\max}^\alpha K^{\alpha-1}$ 。

以上假设表明，在没有金融市场摩擦的情况下，为达到帕累托均衡，所有的信贷资源应全部配置给效率最高的正常企业，且信贷政策 ξ 需完全扩张，即 $\xi = 1$ 。

根据黄少卿等(2017)，僵尸企业是那些除去非经营性收入（通常为政府补贴）后仍出现持续性亏损的企业。为刻画非经营性收入，我们设定政府对这类企业的产出进行 $\tau \in (0,1)$ 的政策性补贴。该设置能够很好地刻画数据中政府对僵尸企业的直接补助以及政策优惠（申广军，2016；Tan等，2017；张栋等，2017）。与正常企业类似，僵尸企业从银行处获得贷款为生产性资本融资。根据前文对（银行-企业）贷款利率的设置，僵尸企业的融资成本等于边际资本回报率 $(1+\tau)A_l$ 。除了政府对僵尸企业的直接补贴，我们同时引入政府对僵尸企业获得的银行贷款进行补贴。因此，为僵尸企业提供贷款的银行不仅获得 $(1+\tau)A_l$ 的贷款收益，同时还有政府针对银行贷款的补贴性收益，具体见下文针对银行部门行为的讨论。⁸在随后的分析中，我们证明了僵尸企业的存在性条件可以推出银行间市场的借贷利率 R^f 等于 $(1+\tau)A_l$ 。这表明，如果不存在政策性补贴，僵尸企业通过银行间市场取得贷款所得到的利润其实为负，为 $-\tau A_l$ 。

2.3 银行部门及银行间市场

参考 Gertler 和 Karadi (2011)、Boissay 等 (2016)，我们引入银行间市场。商业银行可以在该市场上通过银行间借贷获得或提供流动性。记银行间市场上的借贷利率为 R^f 。如前文假设，每个商业银行具有 ζK 数量的可用资本，并可以为一家正常企业或者一家僵尸企业提供贷款。由于我们设定银行可以获得企业的边际资本收益，银行为企业提供贷款等价于投资该企业（注入资金）。因此，后文中出现的银行“投资”与“提供贷款”具有相同含义。给定其面临的正常企业具有异质性生产率 z ，该商业银行具有如下三种借贷（投资）策略：

(a) 从银行间市场以利率 R^f 获得额外流动性，并向该正常企业（部门 h ）提供贷款，所得的单位贷款收益为 $\pi_h z$ ；

(b) 从银行间市场以利率 R^f 获得额外流动性，向该僵尸企业（部门 l ）提供贷款，所得的单位贷款收益为 $(1+\tau)A_l$ ；

(c) 以利率 R^f 向银行间市场提供流动性。

根据 Boissay 等 (2016)、Dong 和 Xu (2017)，我们假设银行间市场上的贷方 (lender) 并不能观测到借方 (borrower) 银行投资项目的质量（即该银行面临的企业生产率），因此银行间贷款存在信息不对称问题。此外，为刻画僵尸企业带来的金融系统风险，我们假设一个商业银行如果通过银行间市场为僵尸企业融资，那么该银行对银行间贷款仅支付部分利息。基于以上设置，信息不对称会带来银行间借贷的“道德风险”问题。即，贷方银行从银行间市场上

⁷潜在的假设是，僵尸企业通常为资本密集型，这与现实经济也较为吻合。在生产函数中加入劳动并不改变主要结论，但是会使得分析解不存在。

⁸理论上，我们需要引入政府对银行贷款的补贴，否则由于僵尸企业的低回报率，理性的银行并不会选择对僵尸企业进行贷款。

获得流动性后，如果该银行没有很好的投资机会（遇到一个较低生产率的企业），它会更倾向于为僵尸企业提供流动性。在信息完全的情况下，上述道德风险问题并不存在，因为在银行间市场上，由于无法全部收回贷款利息，没有银行会为上述银行提供流动性。

基于上述的行为刻画，我们想重点强调两点。首先，由于每个商业银行会随机遇到一个异质性的正常企业，这等价于商业银行之间是异质的。其次，从银行借贷策略选项（b）和（c）可以看出，银行间市场存在的充分必要条件是 $R^f \geq (1+\tau)A_l$ ，否则没有银行会有动力贷款给其他银行；在下文我们将进一步证明，给定银行间市场的存在，银行间利率 R^f 由信贷市场均衡条件确定。

记商业银行从银行间市场获得的贷款与自有可用资本（ ξK ）的比率为 λ 。商业银行在获得银行间市场流动性后，可以选择向正常企业或者僵尸企业提供贷款。如果选择向个体生产率为 z 的正常企业贷款（投资），则其总利润为 $\pi_h z(1+\lambda)\xi K - R^f \lambda \xi K$ ，其中第一项为商业银行的企业贷款收益，第二项是商业银行支付的银行间贷款利息。因此，对于投资决策（a），银行自有可用资本（ ξK ）获得的净边际收益为 $\pi_h z(1+\lambda) - R^f \lambda$ 。

如果商业银行选择向僵尸企业贷款，其来自该企业贷款的总收入为 $(1+\tau)A_l(1+\lambda)\xi K$ 。由于僵尸企业的生产低效率（即 A_l 很低）⁹，银行间贷款 $\lambda \xi K$ 获得的投资收益率 $(1+\tau)A_l$ 无法完全支付银行间市场利率 R^f 。为此，我们假设该商业银行仅支付 $(1+\tau)A_l$ 数量的银行间利息。因而，在没有针对贷款的政策性补贴情况下，商业银行的净收益为 $(1+\tau)A_l \xi K$ 。

实证分析表明政府干预下的银行信贷是形成僵尸企业的另一个重要因素（张栋等，2017），为刻画该点，我们针对银行引入政策性补贴。如果商业银行决定向僵尸企业提供贷款，则政府会对该银行的银行间贷款（ $\lambda \xi K$ ）利息以 θ 的比率进行补贴，其总额为 $\theta(1+\tau)A_l \lambda \xi K$ 。该项补贴使得商业银行在向僵尸企业贷款时，总有动力从银行间市场获得额外的流动性为僵尸企业注资。因此，考虑政府补贴的情况下，商业银行每一单位可用资本（ ξK ）所获得的净收益为 $(1+\tau)(1+\theta\lambda)A_l$ 。以上设置表明，政府对那些国有性质的僵尸企业具有融资方面的预算软约束，从而导致僵尸企业从银行间市场能够以低成本进行融资。

需要强调的是，如果上述政策性补贴不存在（ $\theta=0$ ），商业银行就不会有激励通过从银行间市场贷款来为僵尸企业融资，因为商业银行从企业获得的收益率小于银行间均衡利率，即 $(1+\tau)A_l \leq R^f$ 。在此情况下，由于僵尸企业生产率低，商业银行没有任何动力向僵尸企业提供贷款。因此，为了刻画银行与僵尸企业造成的资源错配，理论上我们需要引入针对银行间市场贷款的政策性补贴。需要注意的是，此类政策性补贴仅针对那些向僵尸企业提供贷款的商业银行。

最后，如果商业银行仅向银行间市场提供流动性（投资决策 c），那么其一单位可用资本（ ξK ）所获得的净收益为 R^f 。综上三种银行投资决策，每一商业银行面临的资本边际回报率 $R(z)$ 可以表述成：

$$R(z) = \max \left\{ \underbrace{\pi_h z(1+\lambda) - R^f \lambda}_{\text{对正常企业贷款}}, \underbrace{(1+\tau)(1+\theta\lambda)A_l}_{\text{对僵尸企业贷款}}, \underbrace{R^f}_{\text{对银行间贷款}} \right\} \quad (1)$$

从银行面临的投资决策可以看出，商业银行在投资选项 b（对僵尸企业提供贷款）和 c（对其他银行提供贷款）之间的决策与该银行面对的正常企业生产率 z 并没有直接关系。因此，在高杠杆情况下（ λ 较大），银行会由于高收益率而更有动力贷款给僵尸企业。在此情况下，贷方银行（lender）无法全部收回银行间贷款利息。为了避免贷方银行这种道德风险行为，我们设定银行面临激励相容（IC）条件： $(1+\tau)(1+\theta\lambda)A_l \leq R^f$ 。不失一般性，我们假设该约束总是以等号成立，即

⁹即条件 $(1+\tau)A_l \leq R^f$ 成立。

$$\lambda = \frac{R^f - (1+\tau)A_l}{(1+\tau)\theta A_l}. \quad (2)$$

上式表明，IC 条件本质上是限制杠杆率的借贷约束条件。杠杆率随着银行间利率的上升而上升，且与僵尸企业获得的直接补贴 τ 、银行贷款的政策性补贴 θ 以及僵尸企业自身的收益率 (A_l) 成反比。以上性质的经济学解释较为直观。当银行间市场利率较高、政策性补贴较低以及僵尸企业收益率较低时，商业银行更有动机为银行间市场上的其他银行提供贷款，因而满足 IC 条件需要的商业银行杠杆率约束相对较弱，即 λ 较高。等式 (2) 的一个重要推论是，僵尸企业的政策性补贴政策力度增强 (τ, θ 越大)，会导致实体经济融资变得更加困难 (λ 越小)，从而政策性补贴会通过信贷市场对实体经济造成挤出效应。

需要注意的是，银行间市场存在要求均衡利率满足 $(1+\tau)A_l \leq R^f$ 。信贷约束条件(等式 2) 表明，当商业银行可以向僵尸企业或其他银行提供贷款时，该银行总是选择后一决策。因此，该均衡中，僵尸企业并不能获得银行资金来进行生产，因此整个经济中并不存在僵尸企业。我们想进一步强调的是，本文模型重点讨论的是那些通过银行贷款进行融资的僵尸企业，而不是针对那些由政府财政直接进行资金支持的低效率企业。因此，在最优效率均衡（即银行间市场运行良好）中，通过银行贷款维系运营的僵尸企业并不存在。但是，如果均衡市场利率 R^f 低于僵尸企业单位资本净回报率 $(1+\tau)(1+\lambda\theta)A_l$ ，那么商业银行将更有动力选择为僵尸企业而非银行间市场上的其他银行提供贷款，这直接导致银行间市场由于流动性匮乏而停止运作。关于该低效率均衡，我们将在后文重点讨论。

给定信贷约束条件 (2)，我们讨论银行间市场运行良好情况下的商业银行最优借贷（即投资）行为。给定银行面临的正常企业具有个体异质生产率 z ，该银行将基于回报率来进行借贷决策。很容易证明，当生产率 z 高于阈值 z^* 时，银行将最优地选择从银行间市场融资并向该企业提供贷款（投资选项 a），因为向企业提供贷款获得的收益率要高于向银行间市场提供贷款（投资选项 c）。具体而言，阈值 z^* 满足

$$z^* \equiv \frac{R^f}{\pi_h}, \quad (3)$$

其中 π_h 的定义由前文 2.1 节给出。相反，如果银行面对的正常企业生产率并不高，即 $z < z^*$ ，商业银行则选择不投资该企业，并为银行间市场上的其他银行提供贷款。

三、刻画均衡

我们首先对宏观经济进行加总。记总劳动为 N ，正常企业的总产出为 Y_h ，僵尸企业的总产出为 Y_l ，整个经济的总产出为 $Y = Y_h + Y_l$ 。由单个企业的劳动需求方程（见前文 2.1 节）可以推出，总劳动 N 满足

$$N = \int_{z \geq z^*} n_h(z) dF(z) = \left[\frac{(1-\alpha)A_h}{W} \right] \tilde{K}_h, \quad (4)$$

其中 $\tilde{K}_h \equiv K_h(1+\lambda) \int_{z \geq z^*} z dF(z)$ 为正常企业投入生产的总有效资本 (effective capital)。对于正常企业的总产出 Y_h ，经过加总其满足 $Y_h = \int_{z \geq z^*} y_h(z) dF(z) = \frac{W}{1-\alpha} N$ ，其中第二个等号来自于劳动需求的一阶条件。进一步，上述关于劳动和产出的关系式可以推出整个正常企业部门的总生产函数：

$$Y_h = A_h \tilde{K}_h^\alpha N^{1-\alpha}. \quad (5)$$

在劳动供给无弹性的假设下（即 $N = 1$ ），上述生产函数暗含了边际资本产出 π_h 可以改写成如下关系式

$$\pi_h = \alpha A_h \tilde{K}_h^{\alpha-1}. \quad (6)$$

为了分析方便，我们根据异质性企业文献（如Melitz，2003）假设个体异质性生产率 z 服从均值为 1 的帕累托分布¹⁰，即 $F(z) = 1 - \left(\frac{z}{z_{\min}}\right)^{-\eta}$ ，其中 $z_{\min} = \frac{\eta-1}{\eta}$ ， $\eta > 2$ 。

3.1 高效率均衡

我们首先讨论银行间市场正常运行的高效率均衡。如前文所讨论，该均衡中市场均衡利率 R^f 高于 $(1+\tau)A_l$ 。在此均衡中，由于较低的回报率，商业银行没有动机为僵尸企业提供贷款。因而，总量为 ξK 的银行业资本均被配置于正常企业部门，我们进一步有 $K_h = \xi K$ ， $K_l = 0$ 。

银行间市场的出清条件表明，贷款总需求 $\int_{z \geq z^*} \lambda \xi K dF(z)$ 等于总供给 $\int_{z < z^*} \xi K dF(z)$ 。该条件可以直接表示为：

$$[1 - F(z^*)] \lambda = F(z^*) \quad (7)$$

其中杠杆率指标 λ 由 IC 条件等式 2 给出。上述均衡方程的右边项刻画了贷款的总供给，它完全由广延边际 (extensive margin) $F(z^*)$ (即向银行间市场提供流动性的银行数量) 刻画，是 z^* 的单调递增函数。而等式的左边为贷款需求端，它表明总需求由广延边际 $1 - F(z^*)$ (即获得银行贷款的正常企业总数) 以及集约边际 (intensive margin) λ (即一单位自有资本能获得贷款的数量) 构成。进一步，广延边际是生产率阈值 z^* 的递减函数，而集约边际 λ 则是 z^* 的递增函数，因而阈值 z^* 对总贷款需求具有非单调的影响。¹¹ 集约边际的递增性质具有直观的经济解释：阈值越高，代表生产的企业平均生产效率越高，因而均衡时厂商对外部融资的需求也越大。综上分析，贷款需求为 z^* 的非单调函数，而贷款供给则是 z^* 的单调递增函数。方程 (7) 的解即为均衡时的生产率阈值。一旦求解出均衡阈值，银行决策、总产出等变量均可以随之推出。因而，方程 (7) 为高效率均衡的关键方程。

为了进一步分析方程 (7) 解的性质，我们将杠杆率 λ 作进一步推导。根据 (3) 和 (6)，市场利率可以表示为 $R^f = \pi_h z^* = \alpha (z^*)^\alpha z_{\min}^{1-\alpha} A_h (\xi K)^{\alpha-1}$ ，因而根据 IC 条件，杠杆率 λ 表示成：

$$\lambda = \frac{\alpha (z^*)^\alpha z_{\min}^{1-\alpha} A_h (\xi K)^{\alpha-1} - (1+\tau) A_l}{\theta (1+\tau) A_l} \quad (8)$$

正如前文所讨论的，政策性补贴 θ 和 τ 上升会导致杠杆率下降，即正常企业融资变得更加困难，因而降低了总贷款需求，对实体经济造成挤出效应。

下图从贷款需求和供给曲线的角度对上述分析给出了一个直观的说明。由图可见，供给曲线 (黑线) 斜率向上，而需求曲线 (红线) 则呈现倒 U 型，这与上文的分析相一致 (阈值对于贷款有非线性影响)。两条曲线的交点即为均衡阈值。进一步，提高僵尸企业的政策性补贴会导致贷款需求曲线下移，供给曲线则保持不动。图中显示，均衡阈值的大小和个数取决于政策性补贴的强度。当补贴非常弱时 (最上端红线)，供给与需求虚线仅有一个交点，这表明均衡阈值唯一或方程 (7) 有唯一解。当补贴进一步增强时，随着贷款需求曲线下移，供给和需求曲线可能出现两个交点，即均衡阈值不唯一，或方程 (7) 存在多重解。当政策补贴足够大时，需求与供给曲线可能不相交，因而方程 (7) 无解。

事实上关于唯一解、多重解以及无解等情况，前两种情况对应于银行间市场存在的情形，而第三种情况则对应于银行间市场无法运作、流动性匮乏的情形。为了更为严密的刻画每一种均衡，我们下文对均衡条件 (7) 作进一步分析。

将等式 (8) 代入 (7) 并移项可以得到如下等价的均衡条件：

¹⁰ 由于帕累托分布对应的 z_{\max} 为正无穷，所以前文的假设 1 自动成立。

¹¹ 数学上，投入生产的总有效资本在市场出清条件下可以表示成 $\tilde{K}_h = \xi K E(z | z \geq z^*)$ ，在帕累托分布假设下，市场利率满足 $R^f = \pi_h z^* = \alpha (z^*)^\alpha z_{\min}^{1-\alpha} A_h (\xi K)^{\alpha-1}$ ，因此是阈值 z^* 的递增函数，由于杠杆率 λ 随着市场利率的增加而增加，因而 λ 也是阈值 z^* 的增函数。

$$\alpha(\xi K)^{\alpha-1} \frac{A_h}{(1+\tau)A_l} = \Gamma(z^*; \theta), \quad (9)$$

其中 $\Gamma(z^*; \theta) = \frac{\theta \frac{F(z^*)}{1-F(z^*)} + 1}{[E(z|z \geq z^*)]^{\alpha-1} z^*}$ 。将均衡条件表达成上述形式的一个优势在于，等式(9)

左边与生产率阈值 z^* 无关，且很显然是僵尸企业政策性补贴 τ 的减函数；而等式右边则完全是 z^* 的函数，且该函数是随着银行贷款补贴 θ 的增加而增大。基于等式(9)，我们可以非常方便地从理论上讨论两种政策性补贴率 τ 和 θ 对均衡阈值 z^* 的影响，并最终外推到对高效率企业杠杆率、实体经济产出的影响上。

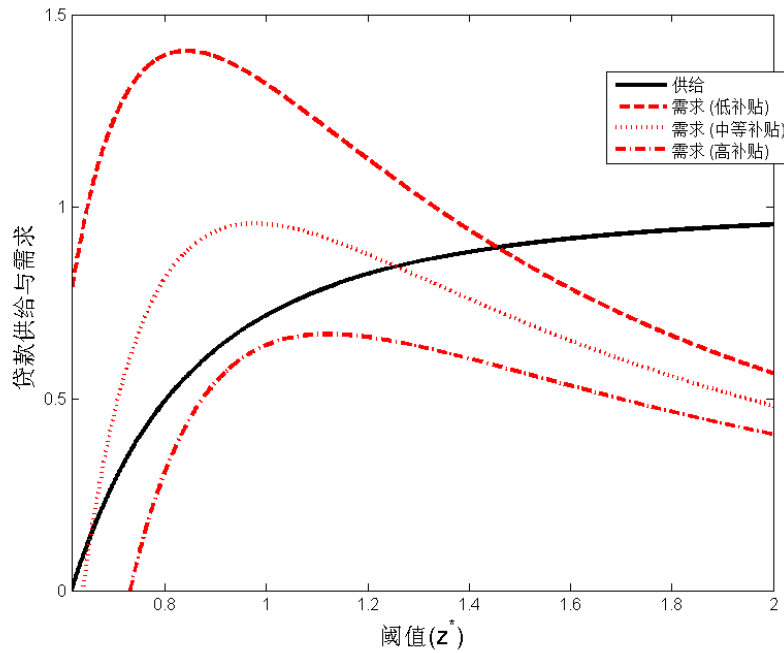


图 1. 不同政策补贴下的贷款需求与供给

注：黑色实线代表信贷供给曲线（即等式 7 右边项）。三条红色虚线代表信贷供给需求曲线（即等式 7 左边项）；其中最上端虚线为低政府补贴下（ θ 和 τ 均很低）的需求曲线，中间点虚线代表中等补贴，最下端点划线代表高补贴。

假设 2. 政策性贷款补贴率 θ 、资本收入份额 α 和帕累托分布参数 η 满足 $\eta < \alpha / \theta$ 。

附录引理 1 证明了等式(9)右边的函数 $\Gamma(z^*; \theta)$ 是阈值 z^* 的严格凸函数，并且在 $\hat{z}(\theta) = \left(1 + \frac{\alpha / \theta - \eta}{\eta - \alpha}\right)^{1/\eta} z_{\min}$ 处达到最小值。很显然，假设 2 保证了 $\hat{z}(\theta) > z_{\min}$ ，即最小值对应的生产率 \hat{z} 是内点。附录引理 1 进一步证明了， $\Gamma(\hat{z}(\theta); \theta)$ 是 θ 的增函数。

上述分析表明，均衡等式(8)解的存在性条件为，¹²

$$\alpha(\xi K)^{\alpha-1} \frac{A_h}{(1+\tau)A_l} \geq \Gamma(\hat{z}(\theta); \theta). \quad (10)$$

直观上说，上述条件保证了贷款供给与需求两曲线存在交点（不一定唯一）。附录引理 2 证明了，给定上述存在性条件，银行间市场利率总是满足 $R^f > (1+\tau)A_l$ ，因而银行间市场均衡存

¹²即模型结构参数需要满足该条件，才能保证方程(8)的解存在（不一定唯一）。

在。需要注意的是，给定信贷政策 ξ 以及其他结构参数，不等式 (10) 给出了一个关于政策性补贴率 τ 和 θ 的条件，只有满足该条件，银行间市场均衡才存在，即不会出现市场流动性危机。由于不等式 (10) 左边为补贴率 τ 和 θ 的单调递增函数，右边则与补贴无关，因而该不等式本质上给出了一个关于政策性补贴的上限。一旦政府的补贴率上升导致 (10) 不满足，那么银行间市场均衡将不存在，即没有商业银行愿意向银行间市场提供流动性（贷款），银行间市场流动性出现短缺，最终导致那些向高效率企业提供贷款的商业银行无法通过银行间市场进一步获得外部融资。由下文分析可知，在此情况下，信贷资源将会更多的配置到低效率的僵尸企业部门，造成整个经济信贷资源的严重错配。反之，如果政策性补贴满足 (10)，银行间市场具有很好的流动性，高效率企业可以通过银行间市场获得进一步融资。因而，我们有如下定理 1。

定理 1. 当僵尸企业的政策性补贴率 τ 和 θ 足够高，即不等式条件 (10) 不成立时，银行间市场均衡将不存在；反之，当 τ 和 θ 足够低并满足 (10)，则银行间市场均衡存在。

证明：见附录 1。

此外，不等式 (10) 隐含了几个重要的推论。具体而言，不等式右边为部门 h （正常企业）生产率 A_h 的增函数，僵尸企业生产率 A_l 的减函数。因此，鼓励高效率部门的企业进行创新，即推动 A_h 上升，会使得不等式条件 (10) 能够更容易满足，并同时避免银行间市场出现流动性短缺。换句话说，鼓励高效率企业创新能够有效缓解僵尸企业对实体经济以及信贷资源造成的挤出效应。对于该问题，我们将在后文做详细讨论。另一个有意思的推论是，鼓励僵尸企业进行创新（即 A_l 上升）并不能对实体经济产生正面作用，相反可能会带来负面影响，因为 A_l 有限程度的上升会使得不等式条件 (10) 更不容易满足，造成更为严重的资源错配。¹³ 该问题一直存在，除非僵尸企业彻底被改造成高效率企业。

根据上文分析， $\Gamma(z^*; \theta)$ 为非线性的凸函数，因而均衡条件 (10) 并不一定存在唯一解。事实上，可以严格证明，在存在性条件 (10) 满足的前提下：(1) 足够低的政策性补贴率 τ 和 θ （见下文讨论）可以保证均衡条件 (10) 具有唯一解；(2) 当 τ 和 θ 较高时，均衡条件 (10) 具有多重解，一个解具有高的生产率阈值 z^* ，另一个则具有低的 z^* ；在此情形下，我们将具有高 z^* 的均衡定义为高效率均衡，因为该均衡中的生产性企业平均效率较高。

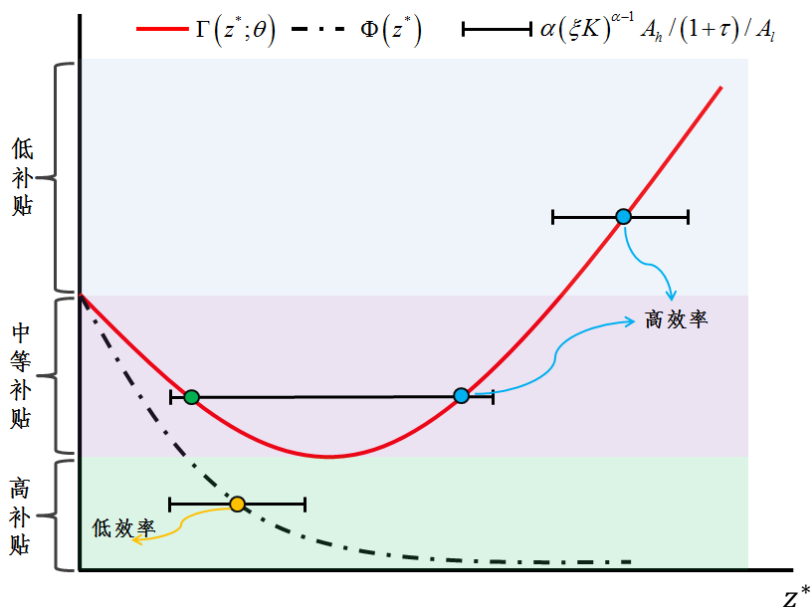


图 2. 不同政策补贴 (τ) 下的银行间市场均衡

注：图中蓝点代表银行间市场均衡存在时，阈值较高的高效率均衡，绿点代表阈值较低的均衡（由于该均衡被

¹³这里的“有限程度”上升是指在生产率提高后，僵尸企业仍是低效率企业。因为，如果生产率得到了充分大的提高，那么僵尸企业就不再是“低效率”企业，也就不存在资源错配问题。

蓝点均衡严格帕累托占优，我们不作分析）；黄点代表银行间市场均衡不存在时的低效率均衡。

图 2 给出关于上述分析的一个直观图解。图中，我们给定对银行贷款的补贴 θ ，考察僵尸企业收入的补贴率 τ 变化下的均衡。黑色实线刻画了均衡方程 (9) 的右边项，其与 τ 无关；红色虚线则刻画了均衡方程 (9) 的左边项，它是 τ 的减函数。因此，当补贴率 τ 处于较低水平时，实线和虚线仅有一个焦点，即银行间市场均衡唯一。当补贴率 τ 进一步上升时，两条线会出现两个交点，即银行间市场出现多重均衡；且其中一个均衡点（右边交点）具有高的生产率阈值 z^* ，另一个均衡点（左边交点）具有较低生产率阈值，前者即为高效率均衡。

图 2 讨论的是僵尸企业收入补贴率 τ 变化的情况。事实上，考虑不同的银行补贴率 θ 具有类似的结论。唯一的区别在于， θ 的变化并不会改变均衡方程 (9) 的左边项（图 2 中虚线），它只会影响等式右边项（图 2 中实线）。具体而言， θ 的上升会导致图 2 中实线上移、虚线不动，因而银行间市场均衡会从唯一均衡转变到图 2 类似的一高一低多重均衡。上述分析表明，补贴政策 τ 和 θ 会通过改变等式 (9) 的左右两项而改变均衡的唯一性和存在性。因此，我们有如下定理。

定理 2. 当补贴 (τ, θ) 组合满足条件 $\alpha(\xi K)^{\alpha-1} \frac{A_h}{(1+\tau)A_l} > \Gamma(z_{\min}, \theta)$ 时，均衡唯一；当 (τ, θ)

满足 $\Gamma(\hat{z}(\theta), \theta) < \alpha(\xi K)^{\alpha-1} \frac{A_h}{(1+\tau)A_l} \leq \Gamma(z_{\min}, \theta)$ 时，存在双重均衡；当 (τ, θ) 满足条件 (10)

时，均衡不存在。

证明：见附录 2。

对于多重均衡的情形，我们根据 Boissay 等(2016)，假设并不存在协调失灵 (coordination failure) 问题，因而高效率均衡总是可以被选择。因此，在下文的所有分析中，当出现多重均衡情况时，我们仅关注效率较高的均衡。

下面，我们进一步分析高效率均衡下，对僵尸企业的政策性补贴如何影响整个经济的产出。根据定理 2，只要政策组合 (τ, θ) 不是太大（即存在性条件满足），高效率均衡总是存在。且高均衡下的银行间市场可以很好地运行，因为商业银行并没有动力为僵尸企业提供贷款。因此，我们有 $K_h = \xi K$ ， $K_l = 0$ 以及总产出满足

$$Y = Y_h = A_h [E(z | z > z^*) \xi K]^{\alpha-1}. \quad (11)$$

高效率均衡下，补贴 τ, θ 上升会导致生产率阈值 z^* 下降。这是因为，政策性补贴的上升会通过加剧商业银行的道德风险问题，从而导致资源错配，降低平均生产效率。直接后果是总产出的下降。

3.2 僵尸企业低效率均衡

上节讨论的是银行间市场存在下的均衡，即均衡方程 (9) 解存在。在该均衡中，由于投资实体经济正常企业或者投资银行间市场（向其他银行提供贷款）较之投资僵尸企业有更高的收益率，因此商业银行并没有动机为僵尸企业提供贷款。其直接结果是，僵尸企业在均衡时并不存在。¹⁴由此可见，在此高效率均衡中，商业银行的流动性并没有被错配至僵尸企业部门。本节，我们将重点讨论另一均衡。在该均衡中，僵尸企业由于商业银行的流动性支持而存在，因此整个经济的效率较低，我们把该均衡标记成僵尸企业低效率均衡。

前文分析表明，当方程 (9) 解的存在性条件不满足时，等价地，政策补贴 (τ, θ) 足够大使得

$$\alpha(\xi K)^{\alpha-1} \frac{A_h}{(1+\tau)A_l} < \Gamma(\hat{z}(\theta); \theta), \quad (12)$$

银行间市场均衡不存在。即在该条件下，商业银行向银行间市场提供流动性获得的收益率 R^f 低于向僵尸企业提供贷款所获得的收益率。因此，那些有流动性的银行只会把资金投向生产率低

¹⁴商业银行提供流动性的僵尸企业在此均衡中不存在只是一个理论上的抽象和简便。在现实中，僵尸企业（即那些低效率利润为负的企业）总是存在。事实上，我们总是可以假设政府仅为一部分僵尸企业提供流动性，因而在均衡时僵尸企业（固定数量的）总是存在。需要注意的是，该修正的模型所有的结论均与本文讨论的一致。

的僵尸企业，最终造成部门间资源错配。

为了进一步讨论僵尸企业存在的低效率均衡，我们首先考察银行的最优决策问题。如前文讨论，当条件（12）成立时，银行间市场均衡无法支持，即 $R^f \leq (1+\tau)A_l$ ，因而杠杆率 λ 为零。商业银行只在投资正常企业和投资僵尸企业两种选项中作决策。前者的回报率为 $\pi_h z$ ，而后的回报率则为 $(1+\tau)A_l$ 。因此，两种投资决策的生产率阈值满足：

$$\pi_h z^* = (1+\tau)A_l. \quad (13)$$

当银行面对的正常企业的生产率低于该阈值 z^* 时，银行将投资僵尸企业，反之则投资正常企业。因此，整个经济中的信贷量有 $1 - F(z^*)$ 比例将被配置于正常企业部门，即 $K_h = \xi K [1 - F(z^*)]$ ；余下 $F(z^*)$ 则被配置于僵尸企业部门，即 $K_l = \xi K F(z^*)$ 。

为进一步求解均衡阈值 z^* ，我们根据 π_h 定义，将（13）式写为 $\alpha A_h \tilde{K}_h^{\alpha-1} z^* = (1+\tau)A_l$ ，其中 $\tilde{K}_h = \xi K [1 - F(z^*)] E(z | z \geq z^*)$ 为有效资本。与前文等式（9）的分析类似，我们可以进一步得到

$$\alpha \frac{A_h}{(1+\tau)A_l} (\xi K)^{\alpha-1} = \Phi(z^*), \quad (14)$$

其中 $\Phi(z^*) = \frac{[1 - F(z^*)]^{1-\alpha}}{[E(z | z \geq z^*)]^{\alpha-1} z^*}$ 。需要注意的是，与银行间市场存在时的均衡条件（9）不同，

由于银行间市场均衡不存在，均衡条件（14）右边项与政府对银行间贷款的补贴 θ 无关。可以进一步证明，在帕累托分布下， $\Phi(z^*)$ 为单调递减函数，因此均衡条件（14）具有唯一解。

进一步，从（14）式中我们可以求解得到均衡阈值的唯一解：

$$z^* = \left[\frac{(1+\tau)A_l \xi^{1-\alpha}}{\alpha A_h K^{\alpha-1} z_{\min}} \right]^{\frac{1}{\alpha+\eta-\alpha\eta}} z_{\min}. \quad (15)$$

很明显，该均衡 z^* 是补贴 τ 的增函数，即政府对僵尸企业补贴越大，向僵尸企业贷款的银行数量就越多。因而，整个经济中的信贷流向低效率部门的也越多。因此，政府对僵尸企业的补贴会导致正常企业部门的产出下降，僵尸企业部门的产出上升。由于僵尸企业生产率较低，整个经济的总产出下降。于是，我们有如下定理。

定理 3. 当补贴 (τ, θ) 组合满足条件（12）时，整个经济存在唯一的僵尸企业低效率均衡；当补贴 τ 上升时，正常企业部门的总产出下降，僵尸企业部门的产出上升，整个经济的总产出下降。

证明：见附录 3。

3.3 政策补贴的结构性影响

由上述分析可知，整个模型经济存在两类不同的均衡。在高效率均衡中，银行间市场运行良好，流动性充裕的商业银行向银行间市场提供流动性，因而其他有需求的银行可以从外部获得融资并投资于高效率企业；而在低效率均衡中，较高的政策性补贴导致商业银行更有动机向僵尸企业提供贷款，因此该均衡中僵尸企业与正常企业并存，前者的存在导致了信贷资源的错配，整个经济效率降低。由此可见，两类均衡对应的宏观总产出有结构性不同。并且，可以严格证明，当经济从高效率均衡转向低效率均衡时，会出现产出的不连续突变。这表明，政府对低效率产业的扶持不仅会挤出高效率部门的信贷资源，而且这种挤出效应很可能引起宏观经济可能出现大幅（非连续）结构性衰退。

下面我们从数学角度给出严密的证明。为讨论方便，我们先给定银行间贷款收入的补贴 θ ，讨论对僵尸企业的收入补贴 τ 。均衡条件（9）表明，加强对僵尸企业的补贴力度 τ ，会降低

生产率阈值 z^* 。当补贴率提高到临界值 $\hat{\tau}(\theta) = \frac{\alpha(\xi K)^{\alpha-1} A_h}{\Gamma(\hat{z}(\theta), \theta) A_l} - 1$ 以上，整个经济将从银行间市

场运行良好的高效率均衡移向僵尸企业存在的低效率均衡。定理 4 给出了前后两种均衡的比较。

定理 4. 在临界补贴率 $\hat{\tau}(\theta)$ 附近，均衡生产率阈值 z^* 以及总产出出现不连续性；并且，高效率均衡下的总产出大于僵尸企业低效率均衡。

证明：见附录 4。

以上定理传递了一个非常重要的信息，当政府补贴较小时，即 $\tau < \hat{\tau}(\theta)$ 时，提高补贴强度会引起产出下降，但是如果补贴过大导致 $\tau > \hat{\tau}(\theta)$ ，整个经济产出会出现不连续的大幅下降，从而导致宏观经济出现结构性衰退。下图给出了一个清晰的描述。由图可见，政府补贴直接导致产出下降，在高效率均衡下(图中红线)的产出高于僵尸企业存在的低效率均衡(图中黑线)。并且，在临界值附近出现结构断点。这表明，当政府加强补贴使得 τ 从 $\tau < \hat{\tau}(\theta)$ 过渡到 $\tau > \hat{\tau}(\theta)$ 时，整个经济会出现结构性衰退。

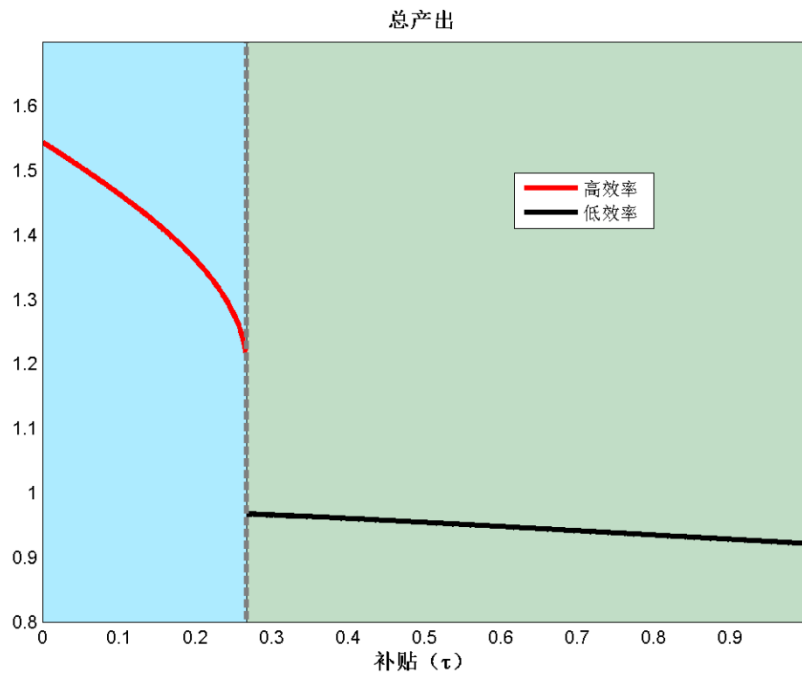


图 3. 不同均衡下的政府补贴与总产出

注：左边蓝色区域代表银行间市场均衡存在时的高效率均衡；右边绿色区域代表银行间市场不存在时的低效率均衡；中间虚线对应的是临界补贴率 $\hat{\tau}(\theta)$ 。

3.4 经济基本面变化的非对称效应

上述分析讨论的是僵尸企业补贴率 τ 对宏观经济的影响。事实上，很容易证明，当基本面受到负向冲击影响（即正常企业部门的生产率 A_h 下滑），在给定政府补贴情况下，整个经济的总产出曲线会下移。从总产出关于补贴率的非连续性特征中，可以得到一个重要的推论：基本面向负向冲击对总产出有非对称的影响，很可能会导致经济出现结构性衰退。为说明清晰，下图给出了一个数值例子。假设整个经济一开始处于高效率均衡（A 点），经济受到负向技术冲击影响（ A_h 下降）使得总产出曲线下移，在原有的政府补贴力度下，产出将减少至 B 点，尽管经济出现下滑，但仍处于高效率均衡，即银行间市场运行仍良好，高效率企业可以从银行间市场获得额外流动性（ $\lambda > 0$ ）。然而，如果 A_h 继续下降同等幅度，整个宏观经济可能会出现结构性衰退，均衡将从高效率（B 点）滑落至低效率均衡（C 点）。新的均衡会出现僵尸企业，商业银行更有动机将流动性投入低效率的僵尸企业部门，导致信贷资源在部门间严重错配、产出大幅下降。由此可见，僵尸企业的存在会放大实体经济负面冲击的宏观影响。

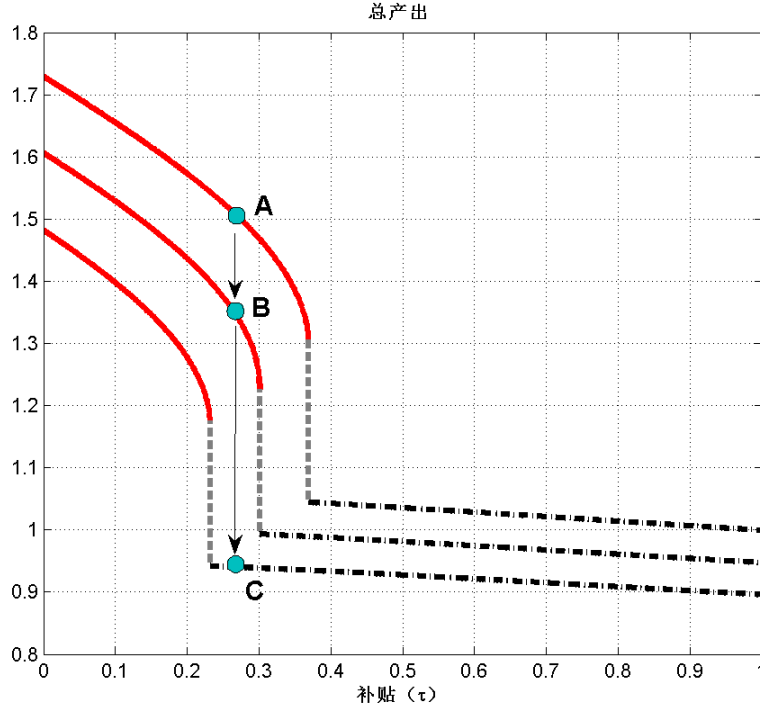


图 4. 经济基本面负向冲击下的非对称效应

注：红色实线代表高效率均衡下的总产出；黑色点虚线代表低效率均衡下的总产出；灰色虚线对应的是临界补贴率 $\hat{\tau}(\theta)$ 。

四、动态分析

前文的分析主要集中在静态模型，事实上，政府对僵尸企业的补贴不仅仅会引起宏观经济结构性衰退，同时在没有外部不确定的情形下，仍然会产生内生的经济波动。这表明，僵尸企业的存在会产生潜在的宏观系统性风险。下面，我们将静态模型进一步扩展至动态环境，考察僵尸企业如何引起内生的宏观波动。

4.1 动态模型的设定

动态模型中的正常企业部门 h 、僵尸企业部门 l ，以及银行部门均与静态模型中的基本一致。为了引入动态，我们假设银行由银行家拥有。银行家每期自己积累资本（这些资本也可看成是储蓄），并做投资决策。工人无条件的提供劳动。为简化分析，我们假设工人每期消费掉所有劳动收入（即 hand-to-mouth）。此外，我们假设个体异质生产率 z_t 服从帕累托分布，并在企业和时间两个维度独立同分布。

给定当期资本存量 k_t ，银行家每期面对一个具有生产率 z_t 的正常企业，并选择消费 c_t 和下期资本 k_{t+1} 来最大化生命周期预期效用 $E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \log c_t$ ，其中 $\beta \in (0,1)$ 为折现因子。银行家面临的预算约束为

$$c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t = R_t(z_t)\xi k_t - T_t, \quad (16)$$

其中 $R_t(z_t)$ 为资本的收益率，具体定义见等式 (1)； ξ 为政府的信贷政策，银行家将其视为外生给定； T_t 为政府的一次性税收，我们假设政府税收全部用于对僵尸企业的补贴。基于对数效用函数，最优的资本决策满足：

$$k_{t+1}(z_t, k_t) = \beta \{ [R_t(z_t)\xi + (1 - \delta)]k_t - T_t \}. \quad (17)$$

需要注意的是，整个经济中每个银行家的资本存量与个体异质生产率有关，因此整个经济中的

资本存量具有一个分布。具体地，我们记该分布为 $\mu(k_t)$ 。加总后的资本存量满足：

$$K_{t+1} = \beta \left[\xi K_t \int R_t(z_t) dF(z_t) + (1 - \delta)K_t - T_t \right] = \beta [\alpha Y_{ht} + Y_{lt} + (1 - \delta)K_t]. \quad (18)$$

上式第二个等号的成立是因为整个经济的资本总收入来自于正常企业部门、僵尸企业部门以及现有资本存量折旧后的价值。根据前文静态模型的分析，部门产出满足

$$Y_{ht} = A_h [E(z | z \geq z_t^*) K_{ht}]^\alpha, \quad (19)$$

$$Y_{lt} = A_l K_{lt}. \quad (20)$$

根据静态模型的分析，生产率阈值 z_t^* 在不同的均衡下（高效率与低效率）满足

$$\alpha \frac{A_h}{(1 + \tau_t) A_l} (\xi K_t)^{\alpha-1} = \begin{cases} \Gamma(z_t^*) & \text{(高效率)} \\ \Phi(z_t^*) & \text{(低效率)} \end{cases}. \quad (21)$$

进一步，正常企业部门的资本存量满足

$$K_{ht} = \begin{cases} \xi K_t & \text{if } K_t < K_t^* \text{ (高效率)} \\ \xi K_t [1 - F(z_t^*)] & \text{if } K_t > K_t^* \text{ (低效率)} \end{cases}, \quad (22)$$

其中 K_t^* 满足 $\alpha (\xi K_t^*)^{\alpha-1} \frac{A_h}{(1 + \tau_t) A_l} = \Gamma(\hat{z}_t)$, $\hat{z}_t = \arg \min \Gamma(z)$ 。等式 (22) 表明，当整个经济的

资本存量较低时，投资正常企业具有较高的回报率（由于边际报酬递减），因此商业银行没有动力向僵尸企业提供贷款，资本被有效地配置于正常企业，此时整个经济处于高效率均衡；当资本存量较高时，投资正常企业的回报率较低，因而商业银行更有动力为僵尸企业提供贷款，此时整个经济的资本只有 $1 - F(z_t^*)$ 比例投向高效率部门，此时整个经济处于僵尸企业与正常企业并存的低效率均衡。此外，僵尸企业部门的总资本为 $K_{lt} = \xi K_t - K_{ht}$ 。完整的动力系统由方程 (18) - (22) 刻画。

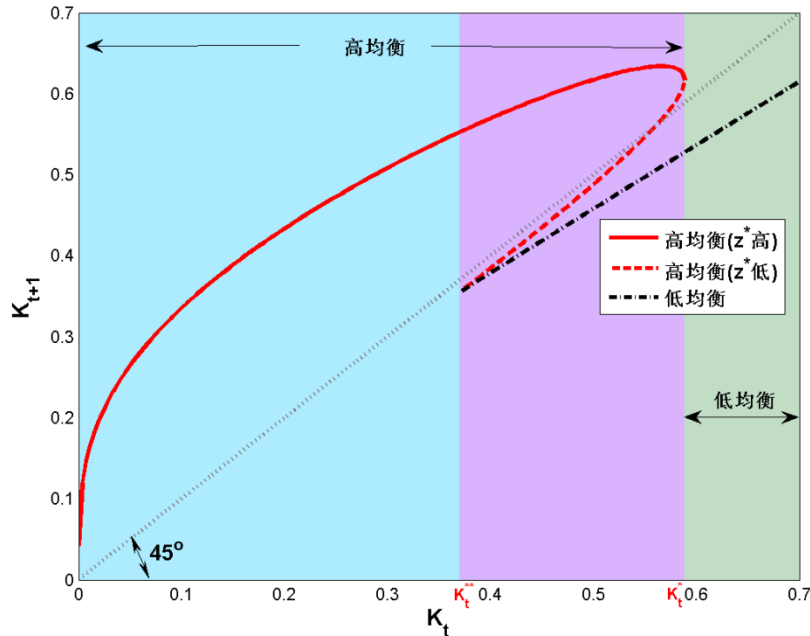


图 5. 动态模型下的资本积累方程

注：蓝色区域对应于唯一的高均衡；紫色区域对应双重高均衡；灰色区域对应唯一的低均衡。虚线为阈值 z^* 较低的高均衡，在分析中我们并不考虑。红色以及黑色虚线对应不同均衡下的最优资本决策。

需要注意的是，根据前面定理 2 类似的分析，当资本存量满足 $K_t \in (K_t^{**}, K_t^*)$ ，其中 K_t^{**} 满

足 $\alpha \frac{A_h}{A_l} (\xi K_t^{**})^{\alpha-1} = \Gamma(z_{\min})$ ，那么均衡条件 (21) 的第一个方程具有双重解。与静态模型一致，

在这种情况下我们仅选择 z_t^* 较大的那个高效率均衡，而不考虑 z_t^* 较低的均衡。下图给出了总资本演进方程。从该图可以很直观的看到，当资本存量小于 K_t^* ，高均衡存在（红色实线），即银行间市场均衡可以被支持；当资本存量大于 K_t^* 时，整个经济仅存在低均衡，即经济中存在僵尸企业，银行间市场没有流动性；进一步，当资本存量处于 K_t^{**} 和 K_t^* 之间时，整个高均衡存在双重解，分别对应高（红实线）、低（红虚线）两个阈值 z_t^* 。与静态模型一致，由于高均衡下的阈值较高，资源配置最有效率，因而资本积累最多，红实线位于虚线上方。

4.2 模型稳态

为了进一步分析模型的动态，我们首先考察动力系统的稳态。根据 (18)，在稳态时我们有 $rK = \alpha Y_h + Y_l$ ，其中 $r = 1/\beta - 1 + \delta$ 。(18) - (22) 表明，求解稳态的最关键之处是求出稳态资本存量 K 。根据 Dong 和 Xu (2017) 的证明，稳态的性质（高均衡、低均衡或者不存在）取决于信贷政策参数 ξ 。具体地，我们有如下定理。

定理 5. 基于假设 2，当信贷政策参数 $\xi < \xi_L(\tau) \equiv \frac{\eta - \alpha}{\eta(1-\theta)} \frac{r z_{\min}}{(1+\tau)A_l}$ 时，模型经济具有唯一的

高均衡稳态；当 $\xi_L < \xi < \xi_H(\tau) \equiv \frac{r z_{\min}}{(1+\tau)A_l}$ 时，模型经济稳态不存在；当

$\xi_H < \xi < \xi_X(\tau) \equiv \frac{r}{(1+\tau)A_l}$ 时，模型经济具有唯一低均衡稳态。

证明：篇幅限制，具体请参见 Dong 和 Xu (2017) 定理 4 的类似证明。

上述定理提供了一个很重要的信息，即模型稳态均衡时的性质取决于信贷政策 ξ 的参数值。且各边界条件值 $\xi_L(\tau)$, $\xi_H(\tau)$, $\xi_X(\tau)$ 均与政府补贴负相关。这表明，给定原有的信贷政策 ξ 不变，政府补贴的大幅提高可能会引起稳态均衡的结构性变化。例如，整个经济初始处于高均衡状态，即 $\xi < \xi_L(\tau)$ ，政府提高补贴幅度至 $\tau + \Delta$ 并使得 $\xi_L(\tau + \Delta) < \xi < \xi_H(\tau + \Delta)$ ，这种情况下，整个经济稳态将不存在，从而出现结构性变化。因此，政府补贴的宏观效应取决于增加幅度的大小，关于这点，我们将从数值模拟的角度给出更为清晰的讨论。

4.3 政策补贴下的内生波动

本节重点分析政府提高对僵尸企业的补贴 τ 如何影响整个宏观经济动态。具体地，我们假设信贷政策参数满足 $\xi < \xi_L(\tau)$ ，整个经济一开始处于唯一的高均衡稳态。随后，政府永久性的提高补贴率至 $\tau + \Delta$ 。

在进行数值模拟之前，我们首先对模型参数进行赋值。具体地，生产函数中的资本份额 α 设定为 0.4，帕累托分布中的参数 η 取值为 2.5。为满足假设 2，政府对贷款收入的补贴 θ 值设定为 0.01。僵尸企业的生产率 A_l 标准化为 1，而正常企业的平均生产率 A_h 设为 1.2，即平均意义上正常企业的效率较僵尸企业高 20%。对于初始的僵尸企业补贴 τ ，我们假设其为 0，即政府一开始不提供补贴。最后，折现因子 β 设为 0.9，资本折旧率定为 0.1。对于信贷政策参数，我们设定 $\xi = 0.9 \times \xi_L(\tau)$ 。在数值模拟中，我们分别考察三种情形：政府在第 1 期永久性地增加补贴率至 1%、5% 和 10%，即 $\Delta = \{0.01, 0.05, 0.1\}$ 。下图给出了不同政策补贴增幅下的宏观动态。

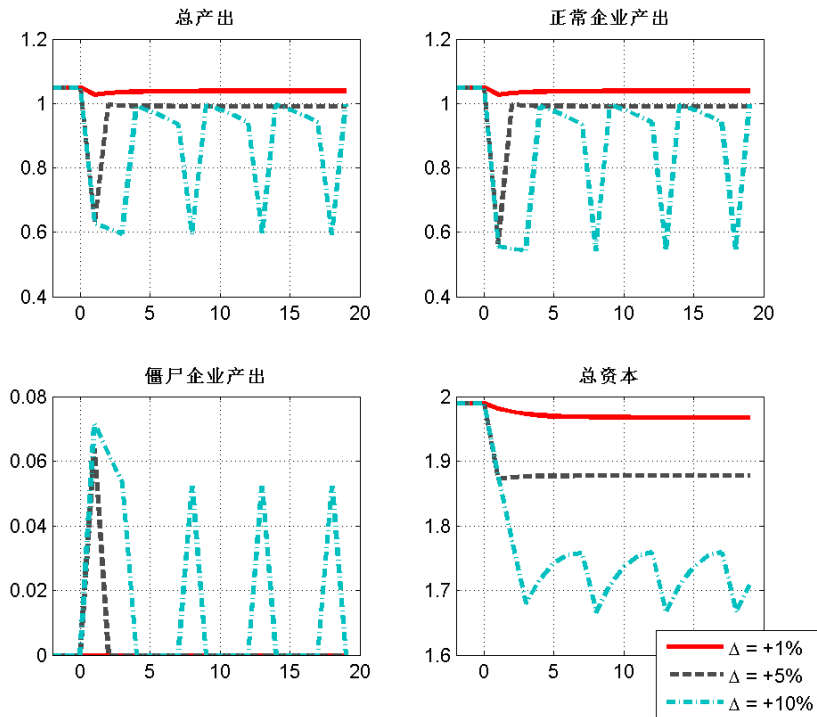


图 6. 政策补贴对宏观经济的动态影响

注：假设整个经济在第 0 期之前为稳态（ $\Delta = 0$ ），第 1 期开始政策补贴有永久性增加（ $\Delta > 0$ ）。红色虚线代表补贴增幅较小（1%）时的转移路径，黑色虚线代表补贴增幅中等（5%）时的转移路径，蓝色代表补贴增幅较大（10%）时的转移路径。

由图可见，当政府小幅提高补贴至 1%，整个经济会出现小幅下滑（红线所示）。这是因为政府补贴的上浮并没有改变稳态均衡的性质，经济仍处于高均衡状态（无论是稳态还是转移路径上）。当补贴提高到 5%，经济会出现一个短暂的大幅下滑，但是长期的下滑幅度仍较小。短期的大幅下滑是因为在转移路径上整个经济会短暂的落入低均衡状态，短期内僵尸企业的出现大幅降低了资源配置效率。但是，由于政府补贴并没有导致稳态均衡的性质，即此种情况下宏观经济仍在长期处于高均衡（低效率均衡只是短暂地出现在转移路径上），补贴的提高只会对宏观经济长期造成较小的负面影响。最后也是最关键的，如果政府大幅提高补贴，并改变了稳态均衡的性质，即 $\xi < \xi_L(\tau)$ 转变为 $\xi > \xi_L(\tau + \Delta)$ ，那么宏观经济会出现内生波动，转移路径呈现出振荡（oscillation）形式。这种振荡动态是由于经济会在高效率均衡和低效率均衡之间周期性转换。

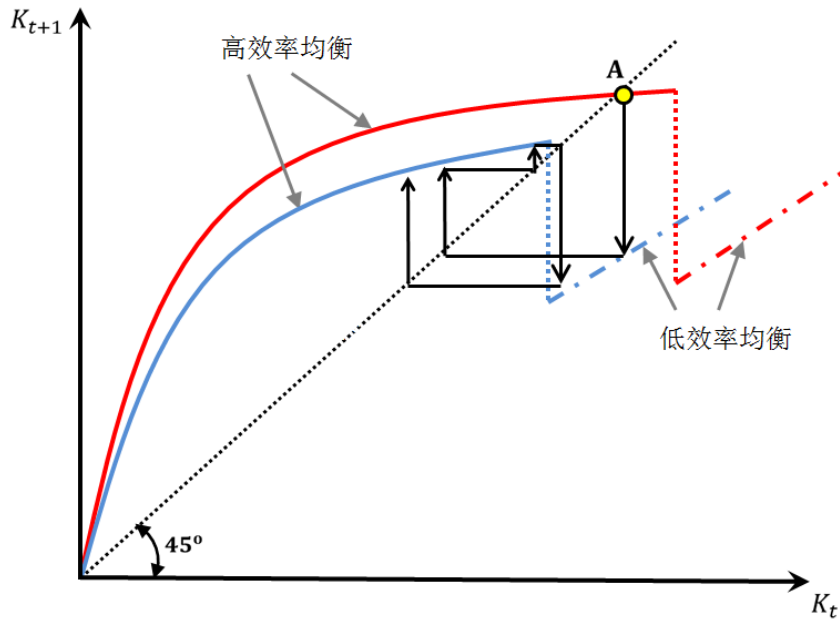


图 7. 不同补贴下的相位图

为了给出一个直观的解释，下面我们用一个相图来说明。图中红线描述的是初始状态下（提高政府补贴之前）的资本累积方程。由于我们假设 $\xi < \xi_L(\tau)$ ，整个经济的稳态为高效率均衡（A 点）。政府提高补贴会直接下移资本累积方程的高均衡部分、上移低均衡部分（见蓝色线），如果补贴上浮至足够大并使得 $\xi > \xi_L(\tau + \Delta)$ ，整个经济的稳态很可能不存在，即 45 度线与资本累积方程无交点（见定理 5）。在此情况下，整个经济中的总资本在政府提高补贴后出现大幅下降，由于稳态不存在，总资本在转移路径上会出现周期性振荡。直接后果是，总产出出现结构性衰退，并在长期表现出内生波动。由此可见，政府对低效率部门的重点扶持不仅仅会导致部门间资源的错配，更为重要的是，这种扶持政策可能会引起宏观经济的结构性衰退和系统性风险。

4.4 基于产业政策的应对

上节分析表明对僵尸企业的政策性扶持可能会引致宏观经济系统风险，使得宏观经济在没有随机冲击的情况下出现内生波动。其原因在于，对僵尸企业的补贴 τ 降低了不同稳态对应的边界值 $\xi_L(\tau)$ ，使得经济从高均衡稳态转向稳态不存在。后者直接导致宏观经济出现周期性振荡。因此，防范宏观系统风险的直接对策是抵消由政策补贴 τ 上升造成的边界值 $\xi_L(\tau)$ 的下降。

由定理 5 可知， $\xi_L(\tau) = \frac{\eta - \alpha}{\eta(1 - \theta)} \frac{rz_{\min}}{(1 + \tau)A_t}$ ，与正常企业部门的个体异质生产率最低水平 z_{\min} 正

相关。因此，为防范由僵尸企业引起的系统风险，一个直接的对策是通过产业政策提升政策企业部门的平均生产率，或者等价地，提高 z_{\min} 的水平。如果 z_{\min} 的上升能够抵消 τ 的作用，使得宏观经济的稳态仍处于高效率状态，那么内生的经济波动就可以被避免。

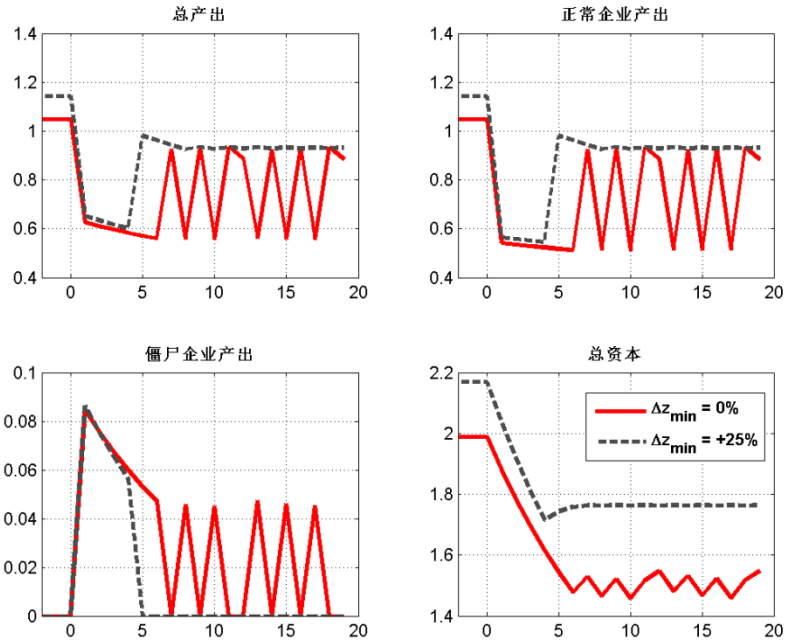


图 8. 产业政策下的宏观经济动态

注：假设整个经济在第 0 期之前为稳态 ($\Delta = 0$)，第 1 期开始政策补贴有永久性增加 ($\Delta = 25\%$)。实线代表无产业政策下的转移路径，虚线代表有产业政策下的转移路径。

图 8 比较了有无产业政策时，僵尸企业部门得到政府补贴后 (τ 从 0 变为 20%) 的转移路径。在该数值分析中，产业政策是指 z_{\min} 被提升 25%。由图可见，在没有产业政策时 (红线)，政府补贴会导致僵尸企业部门挤出正常企业部门，总产出在短期出现结构性衰退，与此同时整个宏观经济出现周期性振荡。但是，当政府对正常企业部门推行刺激性产业政策 (提高 z_{\min})，尽管短期内经济仍出现下滑，但是总产出会很快复苏，并在长期收敛至一个相对较高的产出水平 (见黑色虚线)。这表明，对正常企业部门的积极产业政策能够有效的防范宏观经济出现系统性波动，从而有效降低由僵尸企业导致的宏观风险。

五、结论

大量实证研究表明，僵尸企业会导致严重的资源错配，对实体经济产生挤出效应，并降低整个经济的生产效率。然而，对于僵尸企业如何影响金融系统乃至整个宏观经济的稳定性，目前仍缺乏较充分的理论研究。本文试图把僵尸企业引入标准的宏观经济模型中，从理论角度讨论僵尸企业影响宏观经济的传导机制。该模型包含了僵尸企业与正常企业两部门生产结构以及由个体银行组成的银行间市场。模型中的个体银行可以选择为正常企业或僵尸企业的生产进行融资，也可以在银行间市场上为其他银行提供流动性。模型中的政府为僵尸企业提供包括银行贷款以及直接补助在内的多种政策性扶持。本文从理论上证明，政策补贴使得银行在没有更好投资机会时 (即该银行面临的正常企业盈利能力较低) 会更倾向于为僵尸企业提供资金，并为其从银行间市场融资。由于信息不对称，银行间市场上的贷方 (lender) 为避免借方 (borrower) 投资僵尸企业而无法偿还银行间贷款的道德风险行为，会内生地为每一个贷方银行 (无论其投资是否有效率) 设定借贷约束。该金融摩擦的存在使得正常企业无法有效地从银行部门获得合意的流动性，从而造成非僵尸企业部门内部的信贷错配。当政策补贴越强，正常企业部门内信贷错配越严重，对总产出的负面影响越大。因此，本文模型能够很好地解释数据中的特征事实。进一步分析表明，当僵尸企业的政策补贴足够大超过某一阈值时，向僵尸企业提供贷款的投资选择严格优于向银行间市场的其他银行提供流动性，从而银行间市场出现严重的流动性匮乏而无法有效运行，整个经济会从银行间市场运行较好的“高效率”均衡滑向银行间市场流动性匮乏的“低效率”均衡。在低效率均衡中，僵尸企业规模将大幅上升，并恶化两部门间的信贷错配。在此均衡下，实体经济因流动性短缺而受到严重挤压，总产出出现结构性下滑。由此可见，

僵尸企业在造成资源错配的同时，会对金融系统乃至宏观经济的稳定性构成潜在威胁。在随后的动态分析中，我们进一步引入内生资本积累过程。我们从理论上证明，即便不存在外生随机冲击，僵尸企业仍会造成宏观经济的内生波动，从而加剧宏观经济波动，该结论与现有的经济周期模型（动态随机一般均衡）依赖外生冲击产生经济波动具有本质区别。本文最后讨论了相关的政策应对。动态模拟分析表明，旨在提升非僵尸企业生产效率的产业政策可以有效地降低由僵尸企业造成的大幅宏观波动。

本文为评估僵尸企业宏观效应提供了一次理论尝试。基于该模型，我们能够从理论角度很好地解释现有实证文献中的特征事实，因而为今后评估僵尸企业的宏观影响以及政策应对提供了一个较好的分析框架。当然，由于模型的高度特征化（stylized），为了能够更好地拟合宏观数据、定量分析诸如僵尸企业背景下的宏观审慎政策，需要将其引入标准的动态随机一般均衡框架，这是未来值得研究的一个重要课题。

参考文献

1. Ahearne, A.G. and Shinada, N., 2005. Zombie firms and economic stagnation in Japan. *International Economics and Economic Policy*, 2(4), pp.363-381.
2. Andrews, D. and Petroulakis, F., 2017. Breaking the shackles: zombie Firms, weak banks and depressed restructuring in Europe (No. 1433). OECD Publishing.
3. Boissay, F., Collard, F. and Smets, F., 2016. Booms and banking crises. *Journal of Political Economy*, 124(2), pp.489-538.
4. Caballero, R.J., Hoshi, T. and Kashyap, A.K., 2008. Zombie lending and depressed restructuring in Japan. *American Economic Review*, 98(5), pp.1943-77.
5. Dong, Feng and Xu, Zhiwei, Cycles of credit expansion and misallocation: the good, the bad, and the ugly, 2017, SJTU working paper.
6. Fukuda, S.I. and Nakamura, J.I., 2011. Why did 'zombie' firms recover in Japan?. *The World Economy*, 34(7), pp.1124-1137.
7. Gertler, M. and Karadi, P., 2011. A model of unconventional monetary policy. *Journal of Monetary Economics*, 58(1), pp.17-34.
8. Guo, Wei, Jia, Dun and Li, Wei, 2018, Zombie firm dynamics and China's monetary policy, working paper.
9. Hoshi, T., 2006. Economics of the living dead. *The Japanese Economic Review*, 57(1), pp.30-49.
10. Melitz, M.J., 2003. The impact of trade on intra industry reallocations and aggregate industry productivity. *Econometrica*, 71(6), pp.1695-1725.
11. Shen, G. and Chen, B., 2017. Zombie firms and over-capacity in Chinese manufacturing. *China Economic Review*, 44, pp.327-342.
12. Tan, Y., Huang, Y. and Woo, W.T., 2016. Zombie firms and the crowding-out of private investment in China. *Asian Economic Papers*, 15(3), pp.32-55.
13. 黄少卿, 陈彦, 中国僵尸企业的分布特征与分类处置, 中国工业经济, 2017(3):24-43.
14. 李旭超, 申广军. 僵尸企业与中国全要素生产率的动态演化. 经济研究工作论文, NO. wp1187; 2017.
15. 申广军, 比较优势与僵尸企业: 基于新结构经济学视角的研究, 管理世界, 2016(12):13-24.
16. 谭语嫣, 谭之博, 黄益平, 胡永泰, 僵尸企业的投资挤出效应: 基于中国工业企业的证据, 经济研究, 2017(5):021.
17. 张栋, 谢志华, 王靖雯, 中国僵尸企业及其认定—基于钢铁业上市公司的探索性研究, 中国工业经济, 2016(11):90-107.
18. 钟宁桦, 刘志阔, 何嘉鑫, 苏楚林, 我国企业债务的结构性问题, 经济研究, 2016, 51(7):102-17.

附录 1：定理 1 证明

引理 1. 在假设 2 下， $\Gamma(z^*; \theta)$ 是阈值 z^* 的严格凸函数，并且在 $\hat{z}(\theta) = \left(1 + \frac{\alpha/\theta - \eta}{\eta - \alpha}\right)^{1/\eta} z_{\min}$ 处达到最小值，且 $\Gamma(\hat{z}; \theta)$ 为 θ 的严格递增函数。

证明： 由于 z 服从累积密度函数为 $F(z) = 1 - (z/z_{\min})^{-\eta}$ 的 Pareto 分布，且均值为 1。因此，很容易证明，条件均值满足 $E(z | z > z^*) = z^* / z_{\min}$ 。 $\Gamma(z^*; \theta)$ 可以进一步简化为

$$\Gamma(z^*; \theta) = z_{\min}^{\alpha-1} \left[\frac{\theta}{z_{\min}^{\eta}} (z^*)^{\eta-\alpha} + (1-\theta)(z^*)^{-\alpha} \right]. \quad (\text{A.1})$$

由于 $\eta > 1 > \alpha$ ，我们可以直接推得 $\eta - \alpha > 0$ 。进一步对上述方程两边求导，可以得到

$$\Gamma'(z^*; \theta) = z_{\min}^{-1+\alpha} \left[\frac{\theta}{z_{\min}^{\eta}} (\eta - \alpha) z^{\eta-\alpha-1} - \alpha(1-\theta) z^{-\alpha-1} \right], \quad (\text{A.2})$$

$$\Gamma''(z^*; \theta) = z_{\min}^{-1+\alpha} \left[\frac{\theta}{z_{\min}^{\eta}} (\eta - \alpha)(\eta - \alpha - 1) z^{\eta-\alpha-2} + \alpha(\alpha + 1)(1-\theta) z^{-\alpha-2} \right].$$

基于假设 2，很容易证明 $\Gamma''(z^*; \theta) > 0$ ，因此 $\Gamma(z^*; \theta)$ 为 z^* 的严格凸函数。且 $\Gamma(z^*; \theta)$ 在 $\hat{z}(\theta) = \left(1 + \frac{\alpha/\theta - \eta}{\eta - \alpha}\right)^{1/\eta} z_{\min}$ 处，达到内点解最小值，该最小值对应的阈值满足一阶条件 $\Gamma'(\hat{z}; \theta) = 0$ 。此外，很容易证明 $\hat{z}(\theta)$ 为补贴 θ 的严格递减函数。

将 $\hat{z}(\theta)$ 代入 $\Gamma(z^*; \theta)$ 可得 $\Gamma(\hat{z}; \theta) = \left(\frac{\eta}{\eta-1}\right) \left(\frac{\eta}{\eta-\alpha}\right) \left(\frac{\eta-\alpha}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\eta}} \theta^{\frac{\alpha}{\eta}} (1-\theta)^{1-\frac{\alpha}{\eta}}$ 。很容易证明，在假设 2 下， $\Gamma(\hat{z}; \theta)$ 为政府补贴 θ 的严格递增函数。 **Q.E.D.**

引理 2. 给定存在性条件 (10)，银行间市场均衡利率 R^f 总是严格高于 $(1+\tau)A_l$ 。

证明： 均衡条件 (3) 表明， $R^f = \pi_h z^*$ 。因此， $R^f > (1+\tau)A_l$ 等价于 $\alpha(\xi K)^{\alpha-1} \frac{(1+\tau)A_h}{A_l} > \frac{1}{E(z | z > z^*)^{\alpha-1} z^*}$ 。由均衡条件 (9) 的解可推出，

$$\alpha(\xi K)^{\alpha-1} \frac{(1+\tau)A_h}{A_l} = \frac{\theta \frac{F(z^*)}{1-F(z^*)} + 1}{E(z | z > z^*)^{\alpha-1} z^*} > \frac{1}{E(z | z > z^*)^{\alpha-1} z^*}. \quad (\text{A.3})$$

因此银行间利率满足 $R^f > (1+\tau)A_l$ 。 **Q.E.D.**

定理 1 证明：

由引理 1 可知，不等式 (10) 右边为 θ 的严格递增函数。而不等式右边很显然为 τ 的严格递减函数。因此，给定其他参数，当 θ 和 τ 足够大时，不等式 (10) 更不容易成立，即银行间市场均衡条件 (9) 不存在解，在此情形下，银行间市场均衡不存在。反之，当 θ 和 τ 足够小时，不等式 (10) 更容易成立，因此银行间市场均衡存在。 **Q.E.D.**

附录 2 : 定理 2 证明

当政策补贴组合 (τ, θ) 满足如下条件时，

$$\alpha(\xi K)^{\alpha-1} \frac{A_h}{(1+\tau)A_l} = \Gamma(z_{\min}, \theta), \quad (\text{B.1})$$

根据引理 1 中推得的 $\Gamma(z^*; \theta)$ 严格凸性质，模型具有两个均衡，其中一个均衡为 $z^* > \hat{z}$ 另一个均衡为 $z^* = z_{\min}$ ，其中 \hat{z} 可由引理 1 推得。

当 (τ, θ) 使得 $\alpha(\xi K)^{\alpha-1} \frac{A_h}{(1+\tau)A_l} > \Gamma(z_{\min}, \theta)$ 时， $\Gamma(z^*; \theta)$ 的严格凸性质以及 $\Gamma'(z^*; \theta) > 0$ 表明模型具有唯一均衡，且该均衡隐含了 $z^* > \hat{z}$ 。

当 (τ, θ) 使得 $\alpha(\xi K)^{\alpha-1} \frac{A_h}{(1+\tau)A_l} < \Gamma(\hat{z}(\theta), \theta)$ 时，由 $\hat{z}(\theta)$ 的性质可推得，银行间市场均衡条件 (9) 无解，因此银行间市场均衡不存在。

当 (τ, θ) 使得 $\Gamma(\hat{z}(\theta), \theta) < \alpha(\xi K)^{\alpha-1} \frac{A_h}{(1+\tau)A_l} < \Gamma(z_{\min}, \theta)$ 时，银行间市场均衡条件 (9) 的解存在，且 (9) 的左边与右边存在两个交点，因此银行间市场均衡存在双重均衡，其中一个均衡满足 $z^* > \hat{z}$ ，另一个均衡满足 $z^* < \hat{z}$ ， \hat{z} 由引理 1 确定。 **Q.E.D.**

附录 3 : 定理 3 证明

引理 3. 在假设 2 下, $\Phi(z^*)$ 是阈值 z^* 的严格减函数。

证明 : 基于 Pareto 分布的性质, 我们可以推得

$$\Phi(z^*) = z_{\min}^{-(1-\alpha)(1-\eta)} (z^*)^{(1-\alpha)(1-\eta)-1}. \quad (\text{C.1})$$

容易证明, $\Phi(z^*)$ 具有如下性质: $\lim_{z^* \rightarrow z_{\min}} \Phi(z^*) = \lim_{z^* \rightarrow z_{\min}} \Gamma(z^*) = 1/z_{\min}$, 以及 $\lim_{z^* \rightarrow +\infty} \Phi(z^*) = 0$ 。在假设 2 下, $(1-\alpha)(1-\eta)-1 < 0$, 因此 $\Phi(z^*)$ 为严格递减函数。
Q.E.D.

定理 3 证明 :

证明低效率均衡的唯一性, 等价于证明均衡条件 (14) 具有唯一解。引理 3 表明, 证明解的唯一性等价于证明不等式关系 $\alpha \frac{A_h}{(1+\tau)A_l} (\xi K)^{\alpha-1} < \Phi(z_{\min})$ 。由假设 2 可知, $\eta < \alpha/\theta$ 。根据 $\hat{z}(\theta)$ 的定义, 我们有 $\Gamma(z_{\min}; \theta) > \Gamma(\hat{z}; \theta)$ 。由引理 3 的证明可知, $\Phi(z_{\min}) = \Gamma(z_{\min}; \theta)$ 。因此, 我们可以推得 $\Phi(z_{\min}) > \Gamma(\hat{z}(\theta); \theta)$ 。由定理 2 可知, 低效率均衡隐含了条件

$$\alpha (\xi K)^{\alpha-1} \frac{A_h}{(1+\tau)A_l} < \Gamma(\hat{z}(\theta), \theta). \quad (\text{C.2})$$

基于上述不等式, 我们可以很容易推得 $\alpha \frac{A_h}{(1+\tau)A_l} (\xi K)^{\alpha-1} < \Phi(z_{\min})$ 成立。

在低效率均衡下, 正常企业部门的产出为 $Y_h = A_h \left[\xi K (1 - F(z^*)) E(z | z > z^*) \right]^\alpha$, 其中 $1 - F(z^*)$ 刻画的是正常企业获得融资的数量 (广延边际, extensive margin), $E(z | z > z^*)$ 刻画的是正常企业的平均生产率 (集约边际, intensive margin)。由等式 (15) 可知,

$$z^* = \left[\frac{(1+\tau)A_l \xi^{1-\alpha}}{\alpha A_h K^{\alpha-1} z_{\min}} \right]^{\frac{1}{\alpha+\eta-\alpha\eta}} z_{\min}, \quad (\text{C.3})$$

因此补贴 τ 的上升提高了生产率阈值 z^* , 广延边际下降, 而集约边际上升。进一步, 我们可以证明 $Y_h \propto (z^*/z_{\min})^{1-\eta}$, 因此补贴 τ 的上升会降低正常企业部门的产出。对于僵尸企业部门, 其总产出为 $Y_l = A_l \xi K F(z^*)$, 因此补贴会提高该部门产出。将两部门产出加总可得到整个经济的总产出 $Y = Y_h + Y_l$ 。(C.3) 代入产出表达式, 可得 $Y_h \propto (1+\tau)^{\frac{\alpha(\eta-1)}{\alpha+\eta-\alpha\eta}}$ 。因此, 补贴 τ 的上升会导致整个经济总产出的下降。 Q.E.D.

附录 4 : 定理 4 证明

标记高均衡为 1，低均衡为 2。根据临界补贴率 $\hat{\tau}(\theta)$ 的定义，我们有 $\alpha \frac{A_h}{(1+\tau)A_l} (\xi K)^{\alpha-1} = \Gamma(z_1^*)$ ，其中 $z_1^* = \arg \min \Gamma(z) = \hat{z}(\theta)$ 。记 z_2^* 为低效率均衡下的生产率阈值，即 z_2^* 满足 $\alpha \frac{A_h}{(1+\tau)A_l} (\xi K)^{\alpha-1} = \Phi(z_2^*)$ 。根据前文定理 3 证明，对于任意的 $z > z_{\min}$ ，我们有 $\Phi(z) < \Gamma(z)$ ，以及 $\Phi(z)$ 为严格递减函数。因此，可以直接推出 $z_2^* < z_1^*$ ，即均衡生产率阈值在 $\tau = \hat{\tau}(\theta)$ 处，不连续。

进一步讨论总产出在 $\tau = \hat{\tau}(\theta)$ 处的不连续性。首先，对于均衡 $j \in \{1, 2\}$ ，总产出为

$$Y_j = Y_{j,h} + Y_{j,l} = A_h \left[K_{j,h} \mathbb{E}(z | z > z_j^*) \right]^\alpha + A_l (\xi K - K_{j,h}). \quad (\text{D.1})$$

资本存量 $K_{j,h}$ 满足

$$\begin{aligned} K_{1,h} &= \xi K, \\ K_{2,h} &= \xi K \left[1 - F(z_2^*) \right]. \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

由于 $K_{1,h}$ 与 z_1^* 不相关，我们有

$$\frac{\partial Y_1}{\partial K_{1,h}} = A_h \alpha K_{1,h}^{\alpha-1} \left[\mathbb{E}(z | z > z_1^*) \right]^\alpha - A_l = \pi_{1,h} \mathbb{E}(z | z > z_1^*) - A_l > \pi_{1,h} \hat{z}_1 - A_l. \quad (\text{D.3})$$

第二个等式来源于 $\pi_{1,h}$ 的定义。由于 $\pi_{1,h} z_1^* = R^f - A_l > 0$ ，我们可以直接推出 $\frac{\partial Y_1}{\partial K_{1,h}} > 0$ 。

基于以上单调性，我们可以进一步推出

$$\begin{aligned} Y_1 &= A_h \left[K_{1,h} \mathbb{E}(z | z > z_1^*) \right]^\alpha + A_l (\xi K - K_{1,h}) \\ &> A_h \left[K_{2,h} \mathbb{E}(z | z > z_1^*) \right]^\alpha + A_l (\xi K - K_{2,h}) \\ &> A_h \left[K_{2,h} \mathbb{E}(z | z > z_2^*) \right]^\alpha + A_l (\xi K - K_{2,h}) \\ &= Y_2. \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

其中第二行来源于 $K_{1,h} > K_{2,h}$ 以及 $\frac{\partial Y_1}{\partial K_{1,h}} > 0$ ，第三行直接根据性质 $z_2^* < z_1^*$ 推得。至此，我们证明了总产出的不连续性。 **Q.E.D.**